

学籍番号

氏名

注意：試験問題は両面に記述されている。
薄い記述、ていねいではない記述は、採点の対象とならない。

1. $A \in M(n; F)$ に対して、 $AB = BA = E$ となる行列 $B \in M(n; F)$ が存在するとき、 A を正則行列、 B を A の逆行列という。正則行列 A は、ただ一つの逆行列 B を持ち A^{-1} と表記する。 A が正則行列であるための必要十分条件は、 A と E を並べた行列 $(A : E)$ が行 (列) 操作によって、 $(E : B)$ となることである。ここで E は単位行列である。

この解説に従い、 $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & -1 & 3 \\ 4 & 1 & 8 \end{pmatrix}$ の逆行列を求めなさい。ヒント： $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & 1 & 8 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

(回答)

2. W は $(a, b, c) \in \mathbb{R}^3$ であり $a = 2b$ の性質を有する。 W が \mathbb{R}^3 の部分空間であることを証明しなさい。(回答)

3. 次の \mathbb{R}^3 の3つベクトルは線形従属であるか線形独立であるか証明しなさい。
 $(1, 2, -3)$, $(1, -3, 2)$, $(2, -1, 5)$

(回答)

4. 1 写像 $F(x, y, z) = (x + y + z, x + 2y - z)$ が線形写像であることを証明しなさい。
(回答) 回答は裏面上部に続いてもかまわない。

4. 2 F の像を生成し, その像の基底と次元を求めなさい.

(回答) F の像は $(1,0,0)$, $(0,1,0)$, $(0,0,1)$ を代入して生成されるものとする.

4. 3 F の核を求め, 次元と基底を求めなさい.

(回答)

5. 固有値と固有ベクトル, あるいは, 固有値問題について, 次の(回答)スペースが許す範囲で解説しなさい. 具体的に課題を設定し, 固有値と固有ベクトルを求めたり, 理工学分野への応用について言及するなど自由に回答しなさい.

(回答)